
TP 7

Matrices, courbes et images

1 Matrices

Exercice 1 — Colonnes d’une matrice

1. Écrire une fonction qui prend en arguments une matrice et un indice j de colonne, et qui renvoie la liste des éléments situés sur la colonne j de la matrice.
2. Écrire une fonction qui prend en argument une matrice et qui renvoie la liste des colonnes de la matrice.

Exercice 2 — Sommes doubles

1. Écrire une fonction qui prend en argument une matrice carrée et qui renvoie la somme de ses éléments diagonaux.
2. Écrire une fonction qui prend en argument une matrice carrée et qui renvoie la somme des éléments situés strictement au-dessus de la diagonale dans la matrice.

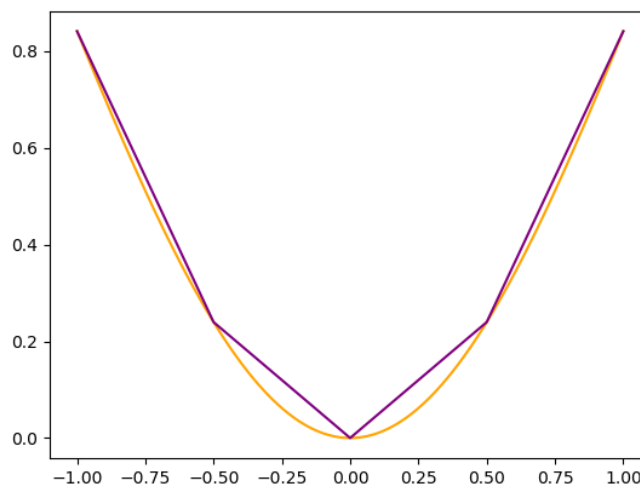
Exercice 3 — Opérations matricielles

1. Écrire une fonction qui prend en arguments une matrice A et un réel λ , et qui renvoie la matrice λA .
2. Écrire une fonction qui prend en argument une matrice et qui renvoie sa transposée.
3. Écrire une fonction qui prend en arguments deux matrices et qui renvoie leur produit.

2 Tracé de courbes

Exercice 4 — Ils étaient cinq et cent, ils étaient des milliers

Tracer sur une même figure le graphe de la fonction $x \mapsto x \sin(x)$ sur l’intervalle $[-1; 1]$, avec mille points et avec seulement cinq points.



Exercice 5 — Intersection de deux courbes

Déterminer graphiquement le point d'intersection entre la droite d'équation $y = x$ et la courbe d'équation $y = \cos(x)$.

Exercice 6 — Courbes paramétrées

On appelle **courbe paramétrée** l'ensemble de points de coordonnées

$$(x(t), y(t)),$$

où x et y sont deux fonctions numériques et t varie dans un intervalle.

Typiquement, une courbe paramétrée est la trajectoire décrite par un objet qui se déplace dans le plan : la position de l'objet est paramétrée par le temps.

1. Ellipse.

Tracer la courbe paramétrée définie par : pour tout $t \in [0; 2\pi]$,

$$\begin{cases} x(t) &= 4 \cos(t) \\ y(t) &= 3 \sin(t), \end{cases}$$

c'est-à-dire l'ensemble suivant

$$\{(x(t), y(t)) \mid t \in [0; 2\pi]\}.$$

2. Cercle.

Tracer le cercle de centre O et de rayon 2.

3. Spirale.

Tracer la courbe paramétrée définie par : pour tout $t \in [\pi; 20\pi]$,

$$\begin{cases} x(t) &= \frac{\cos(t)}{t} \\ y(t) &= \frac{\sin(t)}{t}, \end{cases}$$

c'est-à-dire l'ensemble $\{(x(t), y(t)) \mid t \in [\pi; 20\pi]\}$.

4. Courbe de Lissajous.

Tracer la courbe paramétrée définie par : pour tout $t \in [\pi; 10\pi]$,

$$\begin{cases} x(t) &= \cos(3t) \\ y(t) &= \sin(2t), \end{cases}$$

c'est-à-dire l'ensemble $\{(x(t), y(t)) \mid t \in [\pi; 10\pi]\}$.

3 Traitement d'images

Exercice 7 — Sens dessus dessous

Écrire une fonction qui prend en argument une image et qui la tourne de 180 degrés.

Exercice 8 — Seuillage

Partant d'une image en nuances de gris, on souhaite, pour en simplifier le traitement, la transformer en une image dont les pixels les plus foncés sont tous noirs (ou les plus clairs tous blancs).

Pour ce faire, on utilise la méthode du **seuillage**. Le seuillage consiste, comme son nom l'indique, à fixer un seuil d'intensité de gris en deçà duquel on considèrera que le pixel est noir. Autrement dit, on veut passer d'un tableau à coefficients dans l'intervalle $[0; 1]$ à un tableau à coefficients dans $\{0\} \cup [\text{seuil}; 1]$, avec $\text{seuil} > 0$.

1. Écrire une fonction `seuillage` qui prend en argument un seuil et une image (donnée comme matrice de pixels), et qui affiche l'image seuillée au seuil donné.
2. Seuiller alors Barbara au seuil 0.5 et enregistrer le résultat.

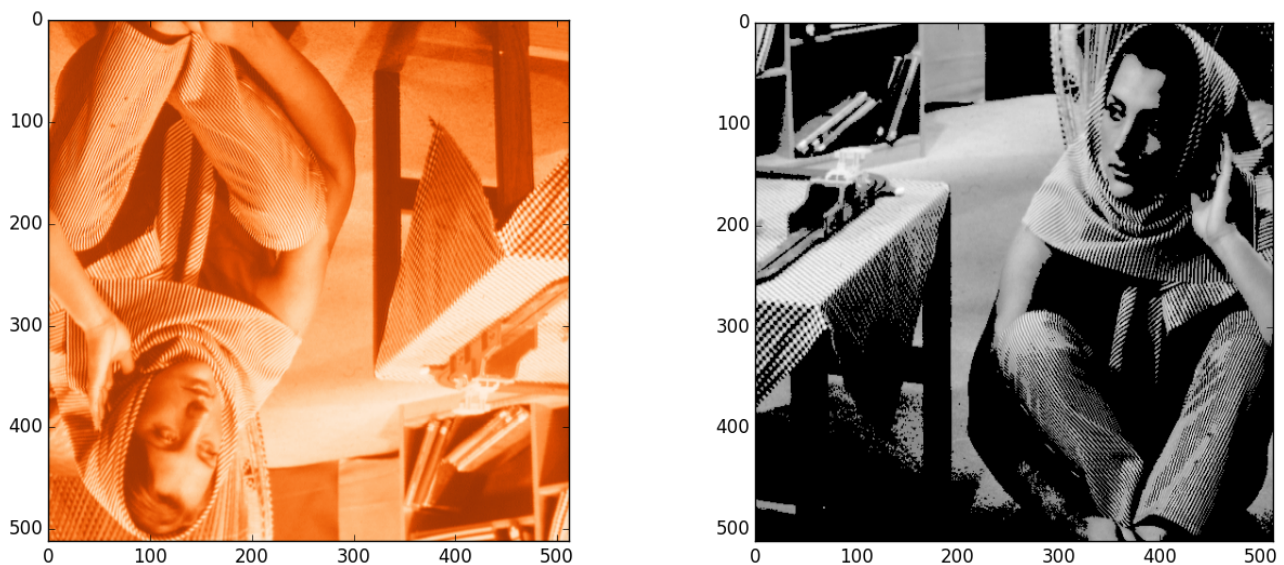


FIGURE 1 – Barbara à l'envers (à gauche) et Barbara seuillée à 0.5 (à droite)

Exercice 9 — Agrandissement

Écrire une fonction qui prend en arguments une image, donnée comme matrice de pixels, ainsi qu'un entier d , et qui renvoie l'image agrandie d'un facteur d (en ligne et en colonne) de la manière suivante : chaque ligne de l'image est copiée d fois, puis chaque colonne est copiée d fois.

Exercice 10 — Réduction moyennée

Écrire une fonction qui prend en arguments une image, donnée comme matrice de pixels, ainsi qu'un entier d , et qui renvoie l'image réduite d'un facteur d (en ligne et en colonne) dont les pixels sont les moyennes des d^2 pixels correspondants dans l'image de départ.